



UNIVERSIDAD
DEL AZUAY



Centro de
Estadística

CENTRO DE ESTADÍSTICA

Universidad del Azuay

Cuenca,
Octubre de 2024
No. 58

El Centro de Estadística de la Universidad del Azuay se establece como un espacio destinado a potenciar y respaldar la investigación mediante el apoyo y la ejecución de proyectos, garantizando un correcto y preciso manejo de los datos; así como, promueve instancias formativas para la comunidad universitaria, generando actividades de aprendizaje permanente vinculadas al empleo de datos, el uso de la estadística y sus múltiples técnicas.

Fernando Córdova León
Coordinador Centro de Estadística

Introducción

PÁG. 2

Supuestos

PÁG. 2

Procedimiento

PÁG. 2

Ejemplo

PÁG. 3

En esta edición:

**Herramientas estadísticas:
Prueba U de Mann-Whitney**

Esta edición recopila los resultados obtenidos por estudiantes que, como parte de sus prácticas preprofesionales, realizan actividades relacionadas con el tema de la estadística. El trabajo analiza las pruebas y herramientas utilizadas para comparar muestras o grupos, enfocándose específicamente en la prueba U de Mann-Whitney.

La motivación principal de la investigación ha sido dotar a las partes interesadas de información que aporte al conocimiento y apoye la toma de decisiones.

Herramientas estadísticas: Prueba U de Mann-Whitney

Doménica Daniela Crespo
Estudiante de Ingeniería de la Producción

Introducción

La prueba U de Mann-Whitney es una prueba no paramétrica utilizada para comparar dos muestras independientes y determinar si provienen de la misma distribución. Es útil cuando los datos no siguen una distribución normal.

Supuestos

Para que los resultados de la prueba U de Mann-Whitney sean válidos, deben cumplirse ciertos supuestos:

- **Independencia de las observaciones:** La prueba se aplica a datos independientes, lo que significa que cada observación en un grupo no está relacionada con una observación correspondiente en el otro grupo.
- **Variables:** Las variables deben ser de tipo cuantitativo, ya sea discretas (se pueden contar) o continuas (se pueden medir con instrumentos). No se aplica a variables con escala nominal u ordinal.

Consideraciones adicionales

- **Atípicos:** La prueba de Wilcoxon es menos sensible a los valores atípicos (*outliers*) en comparación con las pruebas paramétricas.
- **Muestra:** Puede ser aplicada a tamaños de muestra pequeños (mayores o iguales a cinco), pero la potencia estadística aumenta con tamaños de muestra más grandes.

Procedimiento

A continuación se describe el procedimiento de la prueba U de Mann-Whitney:

1) Establecer las Hipótesis

- H_0 = Hipótesis nula "Signos de Igualdad" ($=, \geq, \leq$). Establece que no hay diferencia significativa entre las distribuciones de las dos muestras.
- H_a = Hipótesis alternativa "Signos de Desigualdad" ($\neq, >, <$). Plantea que hay una diferencia significativa entre las distribuciones de las dos muestras.

2) Establecer el nivel de significancia

Valor alfa (α) que indica la probabilidad de rechazar la hipótesis nula cuando es verdadera (Error tipo 1). Comúnmente se utiliza 0.05 o 5%.

3) Cálculos

- Combinar todos los datos de las dos muestras y ordenarlos de menor a mayor.
- Asignar rangos a los datos ordenados. Si hay empates, asigna a cada valor el rango promedio de las posiciones que ocupan.
- Calcular la suma de los rangos para cada una de las dos muestras por separado.
- Determinar el Estadístico U:

$$U_1 = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1 + 1)}{2} - R_1$$

$$U_2 = n_1 n_2 + \frac{n_2(n_2 + 1)}{2} - R_2$$

Donde:

- n_1 y n_2 son los tamaños de las muestras 1 y 2 respectivamente.
- R_1 y R_2 son las sumas de los rangos para las muestras 1 y 2 respectivamente.
- Determinar el menor Estadístico U, es decir, seleccionar el menor valor entre de U_1 y U_2 .

$$U = \min(U_1, U_2)$$

4) Comparar el estadístico U de Mann-Whitney calculado con el valor crítico o valor p

Una vez se ha calculado el valor del estadístico U, es posible determinar la probabilidad de que tome valores iguales o más extremos que el observado.

a. Para tamaños de muestra pequeños ($n < 20$), se utiliza una tabla de valores críticos de Mann-Whitney. Si U es menor que el valor crítico de la tabla, la diferencia es significativa.

Tabla 1
Extracto de la distribución de Mann-Whitney

$\alpha = 0.05$		n															
m	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16		
2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
4	-	0	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
5	0	1	2	4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
6	0	2	3	5	7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
7	0	2	4	6	8	11	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
8	1	3	5	8	10	13	15	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
9	1	3	6	9	12	15	18	21	-	-	-	-	-	-	-	-	
10	1	4	7	11	14	17	20	24	27	-	-	-	-	-	-	-	
11	1	5	8	12	16	19	23	27	31	34	-	-	-	-	-	-	
12	2	5	9	13	17	21	26	30	34	38	42	-	-	-	-	-	
13	2	6	10	15	19	24	28	33	37	42	47	51	-	-	-	-	
14	2	7	11	16	21	26	31	36	41	46	51	56	61	-	-	-	
15	3	7	12	18	23	28	33	39	44	50	55	61	66	72	-	-	
16	3	8	14	19	25	30	36	42	48	54	60	65	71	77	83	-	
17	3	9	15	20	26	33	39	45	51	57	64	70	77	83	89	-	
18	4	9	16	22	28	35	41	48	55	61	68	75	82	88	95	-	
19	4	10	17	23	30	37	44	51	58	65	72	80	87	94	101	-	
20	4	11	18	25	32	39	47	54	62	69	77	84	92	100	107	-	
21	5	11	19	26	34	41	49	57	65	73	81	89	97	105	113	-	
22	5	12	20	28	36	44	52	60	68	77	85	94	102	111	119	-	
23	5	13	21	29	37	46	54	63	72	81	90	98	107	116	125	-	
24	6	13	22	30	39	48	57	66	75	85	94	103	113	122	131	-	

Nota. Obtenido de https://estadistica.itam.mx/sites/default/files/u450/tablas_probabilidades.pdf

b. Para tamaños de muestra mayores ($n > 20$), se puede aproximar la distribución del estadístico U a una distribución normal (valor Z). Si el valor calculado de Z es mayor que el valor crítico de Z para el nivel de significancia α , se rechaza la hipótesis nula.

Ejemplo

Supongamos que un investigador quiere evaluar si dos métodos de enseñanza diferentes afectan las calificaciones de los estudiantes. Las calificaciones obtenidas son las siguientes:

Grupo A	Grupo B
85	72
90	80
78	85
92	89
88	75

- Se ordenan los datos de los dos grupos:

- 72 (B), 75 (B), 78 (A), 80 (B), 85 (A), 85 (B), 88 (A), 89 (B), 90 (A), 92 (A).
- Se asignan los rangos a los datos previamente ordenados de menor a mayor.

Orden	Grupo	Rango
72	B	1
75	B	2
78	A	3
80	B	4
85	A	5.5
85	B	5.5
88	A	7
89	B	8
90	A	9
92	A	10

- Se calculan las sumas de los rangos para cada muestra.

$$\text{Grupo A} = 3 + 5.5 + 7 + 9 + 10 = 34.5$$

$$\text{Grupo B} = 1 + 2 + 4 + 5.5 + 8 = 20.5$$

- Se calcula el estadístico U

$$U_1 = 5 * 5 + \frac{5(5 + 1)}{2} - 34.5 = 5.5$$

$$U_2 = 5 * 5 + \frac{5(5 + 1)}{2} - 20.5 = 19.5$$

$$U = \min(5.5, 19.5) = 5.5$$

- Para $n_1=5$ y $n_2=5$ con $\alpha=0.05$, el valor crítico es 2.
- Dado que $U= 5.5$ es mayor que 2, no rechazamos la hipótesis nula.

Interpretación:

No hay evidencia suficiente para afirmar que existe una diferencia significativa en las distribuciones de las calificaciones entre los dos grupos.